Zajęcia D-2: “Dwukolorowalność i DFS”

Cel zajęć i efekty uczenia

Główne cele zajęć / materiał do opanowania:
- Problem dwukolorowania grafu
- Algorytm przeszukiwania grafu wszerz (DFS)

Dodatkowe cele:
- [opcjonalnie] Obsługa grafu z dodatkową informacją na krawędziach

Zadania do rozwiązania na sprawdzarce

Anty-portal
Podzielić wierzchołki grafu na dwie klasy tak, aby wewnątrz żadnej z nich nie było krawędzi.

[opcjonalnie] ***Autostrady i polityka***
Na każdej krawędzi grafu napisany jest znak “+” albo “-”. W jednym ruchu można wskazać jeden z wierzchołków i zmienić wszystkie znaki wychodzących z niego krawędzi na przeciwne. Rozstrzygnąć, czy i jak można doprowadzić do sytuacji, w której wszystkie znaki na krawędziach są plusami.

Plan zajęć

Szacunkowy czas trwania: 2 godziny lekcyjne.

1. Problem dwukolorowania i jego proste rozwiązanie - ustalenie koloru jednego wierzchołka pociąga za sobą kolory całego grafu (a w zasadzie: całej spójnej składowej)
2. Rozwiązanie problemu za pomocą BFS-a
3. Rekurencyjny algorytm DFS
   - *Na tym etapie podstawową zaletą DFS-a jest prostota - na razie nie umiemy zrobić za jego pomocą nic, czego byśmy nie potrafili za pomocą BFS-a.*
   - *To dobry moment, żeby wprowadzić konstrukcję ze standardu C++11:*
     for *(**int** x : lista_sąsiadów) { …. };*
   - *Warto zwrócić uwagę na fakt, że rekursja w DFSie może przeszkadzać: zużycie pamięci przy dużej liczbie wierzchołków jest znacznie większe niż w BFS.*
4. [opcjonalnie] Zadanie “Autostrady i polityka”
   - *To zadanie nie jest wprost na dwukolorowalność, ale algorytm jest bardzo podobny.*
   - *Oczywiste jest, że nie ma sensu dwukrotnie zmieniać znaków przy tym samym wierzchołku. Dodatkowo, jeśli jakiś zbiór wierzchołków jest rozwiązaniem (daje same plusy), to jego dopełnienie - wszystkie pozostałe wierzchołki - też jest*

dobrym rozwiązaniem. Wzadaniu napisane jest, że wierzchołek 1 ma pozostać niezmieniony - to założenie jest tylko po to, żeby rozwiązanie było jednoznaczne.

- *Jeśli wiemy, że nie wolno dotknąć wierzchołka 1, to determinuje działanie przy innych wierzchołkach - jeśli na krawędzi wychodzącej z 1 jest "-", to drugi wierzchołek musi zostać użyty, jeśli jest "+", to nie może być użyty. W ten sposób, analogicznie do dwukolorowania, wyznaczamy kolejno stan wszystkich wierzchołków. Na końcu przechodzimy przez wszystkie krawędzie i sprawdzamy, czy wyznaczone przez nas rozwiązanie zmieni wszystkie na "+"*
- *Zadanie, poza nowym spojrzeniem na ideę algorytmu dwukolorowania, wprowadza model, w którym na każdej krawędzi trzeba trzymać dodatkową informację (znak). Zatem lista sąsiadów wierzchołka musi być listą struktur, nie tylko liczb-numerów sąsiadów. Przyda się to przy grafach ważonych.*
- *Prawdziwy jest następujący fakt: rozwiązanie istnieje wtedy i tylko wtedy, gdy na każdym cyklu w grafie iloczyn znaków jest dodatni. Nie wydaje się jednak możliwe (a w każdym razie nie jest łatwe) rozwiązanie zadania oparte na tym fakcie.*