

Zajęcia E-4: “Problem plecakowy”

Cel zajęć i efekty uczenia

Główne cele zajęć / materiał do opanowania:

- Problem plecakowy

Dodatkowe cele:

- Algorytmy wielomianowe vs. pseudowielomianowe

Szacunkowy czas trwania: 2 godziny lekcyjne.

Zadania do rozwiązania na sprawdzarce

Skarb faraona

Klasyczny problem plecakowy: dane jest n przedmiotów, każdy o własnej wadze oraz wartości. W plecaku o pojemności B należy zmieścić przedmioty o możliwie najmniejszej łącznej wadze.

Plan zajęć

Szacunkowy czas trwania: 2 godziny lekcyjne.

1. Problem plecakowy - opis i implementacja

- *Problem i odpowiedni algorytm jest szczegółowo opisany większości podręczników - podaję jedynie sugestie techniczne i prezentacyjne.*
- *Trochę nieintuicyjne dla uczniów może być “podręcznikowa” definicja wyniku $[k][x]$ jako “maksymalna wartość na pierwszych k przedmiotach i plecaka pojemności x ”, jako że nie jest jasne, czym jest “pierwszych k przedmiotów”. Dla celów algorytmu przedmioty trzeba uporządkować, chociaż oczywiście dowolna kolejność jest dobra.*
- *W celu pokonania tych trudności, być warto zdefiniować “tablicę chwilowego wyniku” $A[0..B]$, która podaje aktualny najlepszy wynik (maksymalną wagę przedmiotu) dla każdej pojemności plecaka od 0 do B . Na początku nie ma żadnych przedmiotów, więc $A[x] = 0$ dla każdego x . Potem dokładamy po jednym przedmiocie i analizujemy, jak zmienia się tablica.*
- *Przerabiamy z uczniami wybrany przykład 4-5 przedmiotów - klasa powinna stosunkowo szybko “złapać” zmiany w tablicy A i samodzielnie wymyślić ostateczny wzór - przy dokładaniu przedmiotu o wadze S i wartości V wartość $A[x]$ zmienia się na $A[x] = \max(A[x], V+A[x-S])$.*
- *Można teraz zmienić tablicę A na dwuwymiarową tablicę wyniku $[k][x]$, a wzór na $\text{wynik}[k][x] = \max(\text{wynik}[k-1][x], V+\text{wynik}[k-1][x-S])$ - otrzymujemy algorytm o kwadratowej złożoności pamięciowej, który pozwoli też na odtworzenie wyniku.*
- *Można też pozostać przy jednej tablicy A , ale należy koniecznie zwrócić uwagę, że instrukcja $A[x] = \max(A[x], V+A[x-S])$ musi być wykonana w pętli dla wszystkich*

x koniecznie “w dół” od *B* do 0, inaczej nadpiszemy wartości $A[x]$, których będziemy za chwilę potrzebować.

2. Złożoność algorytmu

- Złożoność wynosi oczywiście $O(nB)$, gdzie *n* jest liczbą przedmiotów, a *B* - pojemnością plecaka. Warto zaakcentować, że algorytm może działać bardzo długo mimo, że dane są małe (np. $B = 10^{10} = 10\,000\,000\,000$ to 11 znaków w pliku wejściowym, a wymaga ogromnej liczby operacji od algorytmu). Być może warto w tym momencie opowiedzieć uczniom o różnicy między algorytmami wielomianowymi i wykładniczymi.